

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ**  
**ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**  
**ΤΟΜΕΑΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ**

**Ακαδημαϊκό Έτος 2016-2017**

**Μάθημα:** 331 *Εισαγωγή στις Πιθανότητες* (Υποχρεωτικό 3<sup>ου</sup> Εξαμήνου)

**Διδάσκων:** Κώστας Ζωγράφος, Καθηγητής Τμήματος Μαθηματικών  
(Γραφείο 309δ, 3<sup>ος</sup> Όροφος)

**Πρόγραμμα** Τρίτη 09:00 – 10:45

**Διδασκαλίας:** Πέμπτη 09:00 - 11:45

**Ώρες Γραφείου για Φοιτητές:** Δευτέρα: 11:45-13:45  
(και τις εργάσιμες μέρες και ώρες)

**Υλη Μαθήματος:** Δειγματικός χώρος - Ενδεχόμενα, πράξεις επί των ενδεχομένων - Κλασικός ορισμός πιθανότητας - Πράξεις επί των πιθανοτήτων - Στοιχεία συνδυαστικής ανάλυσης - Έννοια τυχαίας μεταβλητής - Αθροιστική συνάρτηση κατανομής - Τύποι τυχαίας μεταβλητής - Γνωστές διακριτές τυχαίες μεταβλητές - Γνωστές συνεχείς τυχαίες μεταβλητές - Αναμενόμενη τιμή τυχαίας μεταβλητής - Διακόμανση τυχαίας μεταβλητής - Ροπές - Ροπογεννήτρια συνάρτηση - Αλλαγή μεταβλητών.

**Σκοπός του Μαθήματος:** Στόχοι του μαθήματος είναι η κατανόηση των βασικών ορισμών της πιθανότητας και των θεμελιωδών αρχών και νόμων της θεωρίας πιθανοτήτων. Περεταίρω, η εισαγωγή στις έννοιες της τυχαίας μεταβλητής και της αντίστοιχης κατανομής, καθώς επίσης και των χαρακτηριστικών τους, όπως η μέση τιμή, η διακόμανση, ροπές, ροπογεννήτρια, κ.λ.π. Ειδικές κατανομές (π.χ. δυνουμική, κανονική κ.λ.π) παρουσιάζονται και μελετώνται. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον δίδεται στην αξιοποίηση των πιθανοθεωρητικών αυτών μοντέλων στις εφαρμογές.

**Βιβλιογραφία (αλφαβητικά):**

Ζωγράφος, Κ. (2008) *Πιθανότητες*, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων.

Κουινιάς, Σ. και Μωυσιάδης, Χ. (1995). *Θεωρία Πιθανοτήτων I*. Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη.

→ Κούτρας, Μ. (2012). *Εισαγωγή στη Θεωρία Πιθανοτήτων και Εφαρμογές*. Εκδόσεις Α. Σταμούλης, Αθήνα.

→ Παπαϊωάννου, Τ. (2000). *Εισαγωγή στις Πιθανότητες*. Εκδόσεις Α. Σταμούλης, Αθήνα.

→ Ρούσσας, Γ. (2011). *Εισαγωγή στην Πιθανοθεωρία*. (Μετάφραση-Επιμέλεια: Κ. Χατζησοάββας). Εκδόσεις Ζήτη.

Χαραλαμπίδης, Χ. (1990). *Θεωρία Πιθανοτήτων και Εφαρμογές*. Τεύχος I. Εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα.

Hoel, P., Port, S. and Stone, C. (2001). *Εισαγωγή στη Θεωρία Πιθανοτήτων*. Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.

Ross, S. (1998). *A First Course in Probability*. 5th Edition. Prentice Hall, Inc.

→ Ross, S. (2011). *Βασικές Αρχές Θεωρίας Πιθανοτήτων*. (Επιμέλεια Ελληνικής Έκδοσης: Β. Φελουζής). Εκδόσεις Κλειδάριθμος.

Roussas, G. (2007). *Introduction to Probability*. Academic Press.

(Περιορισμένος αριθμός αντιτύπων υπάρχει στη Βιβλιοθήκη του Τμήματος (Α' Όροφος) και στην Κεντρική Βιβλιοθήκη του Πανεπιστημίου).

# ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ:** Επιστήμη που επικεντρώνει το ενδιαφέρον της στην κατασκευή μοντέλων, νόμων, κατασκευών για την περιγραφή και την πρόβλεψη των χαρακτηριστικών ενός φαινομένου, μιας κατάστασης, ενός προβλήματος της καθημερινότητας, για την προσέγγιση τελικά και ερμηνεία της φύσης.

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ:** Διακρίνονται ανάλογα με τη φύση του φαινομένου που μελετάται σε:

## Αιτιοκρατικά ή Ντετερμινιστικά

Σχεδιάζονται για να περιγράψουν φαινόμενα των οποίων η εξέλιξη, το αποτέλεσμα καθορίζεται από την γνώση των συνθηκών κάτω από τις οποίες πραγματοποιούνται.

π.χ. Βρασμός, Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

## Στοχαστικά ή Πιθανοθεωρητικά

Σχεδιάζονται για να περιγράψουν φαινόμενα των οποίων η εξέλιξη, το τελικό αποτέλεσμα δεν μπορεί να προβλεφθεί εκ' των προτέρων με βεβαιότητα, φαινόμενα τα οποία διέπονται από τον παράγοντα "τύχη".

π.χ. Αποτέλεσμα ρίψης ζαριού, αποτέλεσμα κλήρωσης ΛΟΤΤΟ, Χρόνος ζωής ασθενούς ή συσκευής.

## ΘΕΩΡΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Κλάδοι των Μαθηματικών που επικεντρώνουν το ενδιαφέρον τους στη μελέτη φαινομένων που δεν μπορούμε να προβλέψουμε με βεβαιότητα την εξέλιξη τους και το τελικό τους αποτέλεσμα.

### Θεωρία Πιθανοτήτων

Επικεντρώνει το ενδιαφέρον της στην κατασκευή πιθανοθεωρητικών μοντέλων για την περιγραφή, την ανάλυση, τη μελέτη και τελικά την πρόβλεψη φαινομένων των οποίων το τελικό αποτέλεσμα δεν μπορεί να προβλεφθεί με βεβαιότητα.

### Στατιστική

Αναπτύσσει μεθοδολογίες για την διάγνωση της ορθότητας ενός πιθανοθεωρητικού μοντέλου με τη βοήθεια δεδομένων που συλλέγονται μετά από πειράματα που πραγματοποιούνται πάνω στην κατάσταση που περιγράφει το πιθανοθεωρητικό μοντέλο.



4/10/2016

Μαθημα 1<sup>ο</sup>  
Πιθανότητες

Μαθηματικά

Μαθηματικά Μοντέλα

Αιτιοκρατικά

$n$

$\rightleftharpoons$

Στοχαστικά

$n$

Ντετερμινιστικά

Πιθανοθεωρητικά

↗

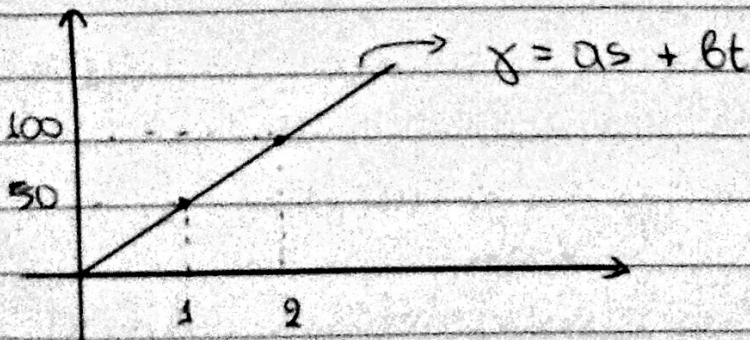
π.χ. εωδισματική οβίδα κίνηση.

$u$  = ταχύτητα

$t$  = χρόνος

$s$  = διάστημα

$t$	0	1	2	...
$s$	0	50	100	...

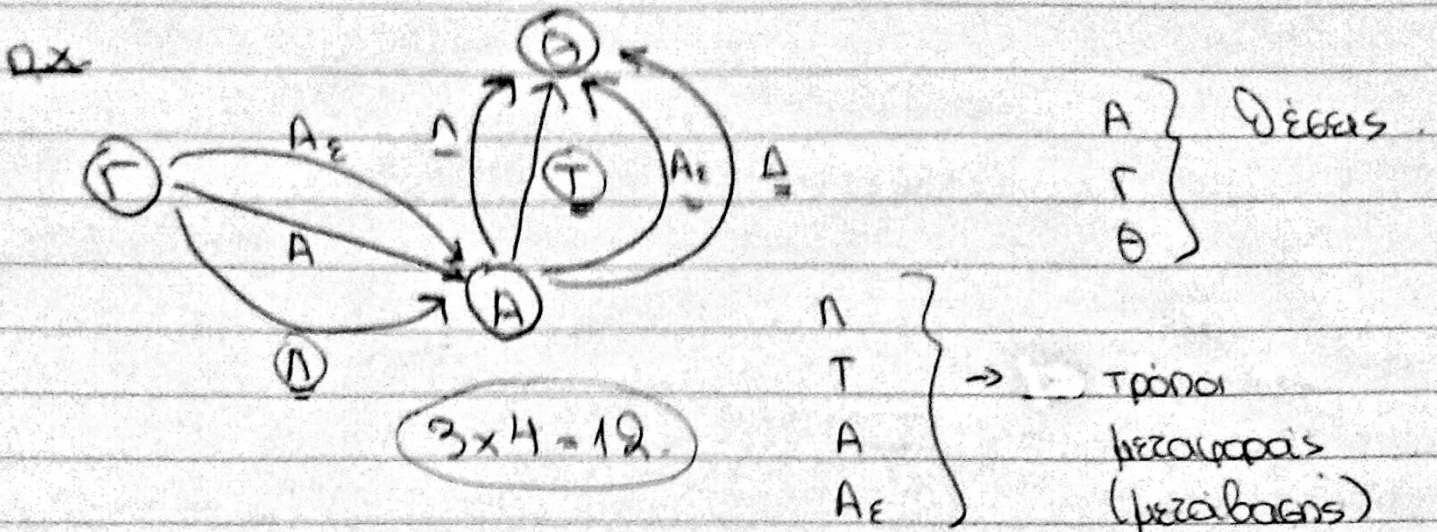


$$s = ut$$



# Συνδυαστική Ανάλυση (6.α)

## Πολλαπλασιαστική Αρχή της 6.α.



Έστω σύνθετη διαδικασία  $\Delta$  που πραγματοποιείται αν πραγματοποιηθούν δύο στοιχειωδέστερες διαδικασίες  $\Delta_1$  και  $\Delta_2$ .

Τότε, αν με  $n_1$  τρόπους πραγματοποιείται η  $\Delta_1$  και με  $n_2$  τρόπους πραγματοποιείται η  $\Delta_2$ :

Η  $\Delta \rightarrow$  πραγματοποιείται με  $n_1 \times n_2$  τρόπους.

### Γενίκευση

Έστω διαδικασία  $\Delta_1$  που πραγματοποιείται με  $n_1$  διαφορετικούς τρόπους και για καθένα από αυτούς μια διαδικασία  $\Delta_2$  που πραγματοποιείται με  $n_2$  διαφορετικούς τρόπους ... ΚΟΚ

για διαδικασία  $\Delta_k$  που πραγματοποιείται με  $n_k$  διαφορετικούς τρόπους.

Τότε η σύνθετη διαδικασία  $\Delta$  που συνίσταται στην πραγματοποίηση των στοιχειωδέστερων  $\Delta_1, \dots, \Delta_k$

πραγματοποιείται με  $n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k$  διαφορετικών τρόπων.

### Παράδειγμα 1

Πόσοι εξαψήφιοι υπάρχουν ;

↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑  
 $\Delta_1 \Delta_2 \Delta_3 \Delta_4 \Delta_5 \Delta_6$

↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑  
 $9 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$

↑  $9 \times 10^5$  τρόποι

αριθμοί  
(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)

εξαλείφουμε το 0.

\* Πόσοι άρτιοι εξαψήφιοι υπάρχουν ;  $9 \times 10^4 \times 5$  (0, 1, 6, 0)

### Παράδειγμα 2

Πόσες πινακίδες ;  $\left\{ \begin{array}{l} 3 \text{ γράμματα (ΕΡΘΗΡΑ)} \\ 4 \text{ αριθμοί} \end{array} \right.$

→ εξαλείφουμε το 0.

↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑  
 $\Delta_1 \Delta_2 \Delta_3 \Delta_4 \Delta_5 \Delta_6 \Delta_7$

↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑

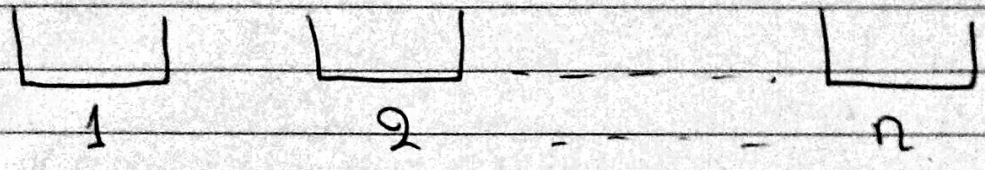
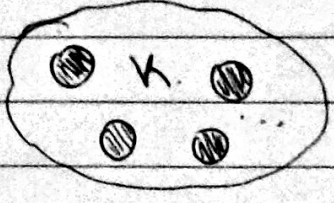
24 24 24 9 10 10 10

$24^3 \times 9 \times 10^3$  τρόποι



Παράδειγμα 3 (Σχήμα Κυβέλης - Μπάλας)

$k$  - διακεκλιμένες μπάλες μπορούν να τοποθετηθούν σε  $n$  - καγρές;



$\Delta_1 \rightarrow$  Τοποθέτηση  $1^{ns}$  μπάλας στις καγρές  $\rightarrow n$   
 $\Delta_2 \rightarrow$  -// -  $2^{ns}$  -// -  $\rightarrow n$   
 $\Delta_k \rightarrow$  -// -  $k^{ns}$  -// -  $\rightarrow n$

$\left. \begin{array}{l} \Delta_1 \rightarrow \\ \Delta_2 \rightarrow \\ \Delta_k \rightarrow \end{array} \right\} k\text{-υποές}$

$\textcircled{n^k}$   
 $\downarrow$   
 είναι οι δυνατοί τρόποι.